

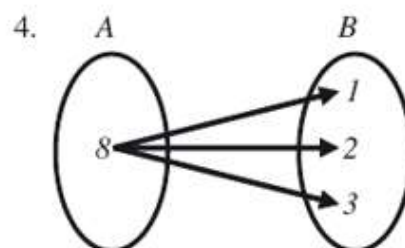
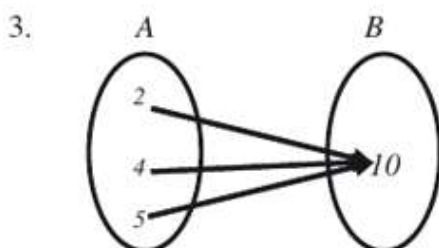
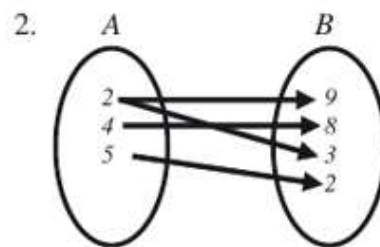
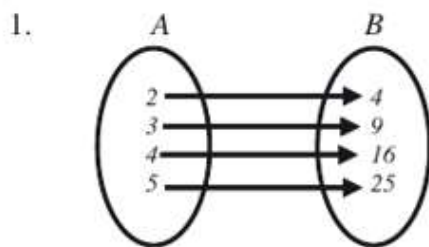
Unidad 1. Conceptos esenciales de las funciones

Objetivo:

El alumno:

- Desarrollará habilidades de visualización, generalización, análisis y síntesis al integrar las ideas relacionadas con el concepto de función desde un enfoque gráfico y mediante un planteamiento formal, para establecer las bases de lo que será el eje conductor del curso.
- Profundizará en las características particulares de las funciones al modelar diversos fenómenos o situaciones para reconocer su importancia como instrumentos de representación matemática.

1. Determina si los siguientes diagramas representan una función o una relación.



2. Identifica si los siguientes conjuntos representan funciones o relaciones.

1. $\{(0, 3), (2, 3), (-1, 3), \dots\}$
2. $\{(-3, 5), (3, 5), (-3, 2), \dots\}$
3. $\{(4, 7), (-4, \sqrt{3}), (\sqrt{2}, 5), \dots\}$
4. $\{(2, 5), (\sqrt{4}, 2), (3, -3), \dots\}$
5. $\{(a, 2a), (-2a, 3a), (4a, a), \dots\}$
6. $\left\{\left(\frac{3}{2}, 1\right), \left(\frac{6}{4}, -1\right), \left(1, \frac{5}{2}\right), \dots\right\}$

3. Determina el dominio y el rango de las siguientes funciones;

- 1 $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$
- 2 $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$
- 3 $f(x) = \sqrt{36 - x^2}$
- 4 $f(x) = \sqrt{6x + 3}$
- 5 $f(x) = \sqrt{x - 3}$

4. Indica si f es par, impar, o ninguna, además de obtener su gráfica.

1. $f(x) = x^2 - x$
2. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$
3. $f(x) = x^3$
4. $f(x) = -x^2 + 2x - 4$
5. $f(x) = (x - 2)^3$
6. $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$
7. $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$
8. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

5. Indica cuál de las siguientes funciones es inyectiva, suprayectivas o biyectiva.

- 1) $f(x) = 5x$
- 2) $f(x) = 2x^2 + 6x - 3$
- 3) $f(x) = 6$
- 4) $f(x) = 4x + 5$
- 5) $f(x) = 3x^2$
- 6) $f(x) = \sqrt{x + 6}$

6. Para las siguientes funciones determina las siguientes composiciones:

$$f \circ g, g \circ f, f \circ f, g \circ g$$

$$1) f(x) = x^5 + 5 \quad 1) g(x) = 6 - 2x$$

$$2) f(x) = 4x^2 - 2x + 1 \quad 2) g(x) = 3x + 4$$

$$3) f(x) = 2x^3 + 3 \quad 3) g(x) = x - 1$$

7. Determina la función inversa (si es posible) de las siguientes funciones:

1. $f(x) = x$

2. $f(x) = 2x - 5$

3. $f(x) = x^2 - 9, x \in [0, \infty)$

4. $f(x) = x^2 + 3x + 2$

5. $f(x) = x^3$

8. Resuelve el siguiente problema de aplicación de funciones:

Una persona tiene una pared de piedra en un costado de un terreno. Dispone de 1 600 m de material para cercar y desea hacer un corral rectangular utilizando el muro como uno de sus lados. Expresa el área del corral en términos del ancho de éste.

Solución

Sean x y y las dimensiones del corral donde,

x : ancho del corral, y : largo del corral

Entonces,

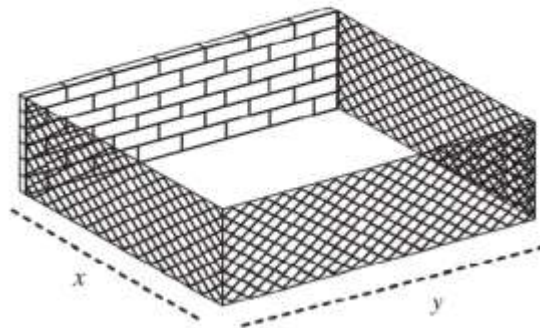
$$2x + y = 1\,600 \rightarrow y = 1\,600 - 2x$$

el área del rectángulo está dada por:

$$A = xy$$

Al sustituir $y = 1\,600 - 2x$, se obtiene:

$$A(x) = x(1\,600 - 2x) = 1\,600x - 2x^2$$



Unidad 2. Límites de una función para analizar su comportamiento

Objetivos específicos

El alumno:

- Comprenderá la noción de límite a través del análisis de procesos infinitos para establecer las bases que le permitirán estudiar los conceptos de derivada e integral.
- Desarrollará habilidades para visualizar la gráfica de una función y analizar su comportamiento al obtener sus límites en diferentes formas: gráfica, numérica y algebraica para describirla a detalle.

9. Determina el valor de los siguientes límites por evaluación.

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} (7 - 2x)$$

$$4. \lim_{z \rightarrow -1} \frac{4z + 3}{2z + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} (4x^2 - 2x - 6)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} + 4}{x + 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -4} (6 - 3x)$$

10. Determina el valor de los siguientes límites usando factorización.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6} =$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} =$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6} =$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}} \frac{x^2 - 9}{x + 2} =$$

$$3. \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-4t - \sqrt{3t + 16t^4}}{4t - 2t^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6 + 8x}{x - \sqrt{9x^2 - 5x}}$$

11. Determina el valor de los siguientes límites de funciones trigonométricas.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{4 \cos x}{\sin x + \cos x}}$$

$$3. \lim_{w \rightarrow \pi} \frac{\sec^2 w}{1 - \sin^2 w}$$

$$2. \lim_{h \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\tan h}{\sin^2 h - 1}$$

$$4. \lim_{\beta \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin \beta - \cos \beta}{\tan \beta - \sqrt{3}}$$

Unidad 3. La derivada de una función para modelar el cambio Objetivo específico

El alumno:

- Desarrollará habilidades para visualizar, analizar, generalizar y sintetizar el cambio a través del estudio de los conceptos básicos del Cálculo Diferencial, que le permitirán describir analíticamente el comportamiento de las funciones y sus cambios para aplicarlos en la modelación de problemas que se presentan en diferentes disciplinas.

12. Deriva las siguientes funciones, utiliza las fórmulas.

$$1. f(x) = \frac{2}{\sqrt[4]{x^5}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^{-1}}$$

$$5. y = \sqrt{x^{-1}} \left(\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)$$

$$2. f(x) = \frac{7}{x^{-2}} + \frac{5}{x^{-3}}$$

$$6. y = (3x - 4)^5$$

$$3. f(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x} - 2x$$

$$7. y = (2 - 4x)^3$$

$$4. f(x) = \frac{3x^2 + 5x + 8}{\sqrt[3]{x}}$$

$$8. y = (3x^6 - 2x^4)^4$$

13. Deriva las siguientes funciones, utiliza las fórmulas.

$$1. y = \text{sen } 8x$$

$$2. f(x) = \cos 3x^2$$

$$3. f(x) = \tan x^3$$

14. Obtén la derivada de las siguientes funciones logarítmicas y exponenciales:

$$1. f(x) = \ln(3x^2 - 5x + 2)$$

$$3. y = e^{\sqrt{3x^2 - 1}}$$

$$2. f(x) = \ln \sqrt{x}$$

$$4. f(x) = e^{4x}$$

15. Obtén las derivadas de las siguientes funciones implícitas

1. $3x^2 + 2xy - 6y^2 = 1$

2. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 5$

3. $\frac{x + y}{x - y} = x$

16. Obtén las derivadas sucesivas de las siguientes funciones:

1. Determina $\frac{d^4y}{dx^4}$, si $f(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 5x + 2$

2. Obtén $\frac{d^3y}{dx^3}$, si $y = 4x^2 - 6x + 2$

3. Determina $\frac{d^2y}{dx^2}$, si $y = \frac{4x - 1}{5x + 3}$

17. Determina la ecuación de las rectas tangente y normal a la curva en el punto indicado:

1. $y = x^3 - x^2$ en el punto $(2, 4)$

2. $y = x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 5x - 9$ en el punto $(-1, -4)$

3. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ en el punto $(\sqrt{5}, 2)$

18. Resuelve los siguientes problemas:

1. La posición de una partícula se expresa mediante la función $s(t) = 2t^3 - 5t^2 + 10t$, con s en metros y t en segundos.

Determina la velocidad y la aceleración en $t = 1, \frac{3}{2}, 0$ segundos.

2. La distancia recorrida por un automóvil sobre una carretera en el instante t está dada por $s(t) = 9t^4 - 120t^3 + 432t^2$

Obtén la velocidad y la aceleración en $t = 2, \frac{7}{5}, 3$ segundos.

19. Dadas las siguientes funciones, determina los puntos máximos y mínimos, intervalos de concavidad y convexidad, intervalos donde la función crece y decrece.

1. $f(x) = x^2 - 6x + 10$

2. $f(x) = -x^2 + 4x + 6$

3. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

20. Resolver los siguientes problemas de aplicación de la derivada.

- Pepe quiere utilizar 100 metros de malla metálica para cercar un jardín rectangular. Determine el área máxima posible del jardín.
- De cada esquina de una pieza cuadrada de una hoja de metal de 10 cm de lado, quite un pequeño cuadrado de x cm de lado y de la vuelta a los bordes, de manera que se forme una caja abierta, ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la caja para obtener el volumen máximo?
- La viruela de cierta bacteria se mide en una escala de 0 a 50 y viene expresada por la función $V(t) = 40 + 15t - 9t^2 + t^3$ donde t es el tiempo (en horas) transcurrido desde que comenzó el estudio ($t=0$). Indicar los instantes de máxima y mínima virulencia en las 6 primeras horas y los intervalos en que crece y decrece.

Unidad 4. La integral de una función para medir.

Objetivo específico

El alumno:

- Desarrollará habilidades para visualizar, analizar y conjeturar la medida a través del estudio de los conceptos básicos del Cálculo Integral a fin de aplicarlos en la obtención de áreas de figuras curvas, volúmenes de cuerpos con formas irregulares y longitudes de curvas vinculados con fenómenos de diversas disciplinas.

21. Realiza las siguientes sumas:

1. $\sum_{i=1}^4 i^4$

2. $\sum_{i=2}^6 (4 - 3i)$

3. $\sum_{i=1}^5 \left(\frac{2-i}{4} \right)$

22. Emplea sumas superiores para encontrar el área limitada por la curva, el eje X, las rectas dadas o el intervalo indicado.

1. $f(x) = 4x + 5; x = 2, x = 5$

2. $f(x) = -2x + 6; x = 1, x = 4$

3. $f(x) = 4 - x^2; [-2, 2]$

23. Determinar el valor de los datos a_6 , a_{11} y a_{28} para las siguientes sucesiones:

- -17, -13, -9, ...
- 11, 10.4, 9.8, ...
- 1.2, 2.4, 4.8,

24. Encontrar el valor de la serie: S_7 , S_{13} , S_{20} para las siguientes sucesiones:

- -11, -14, -17, ...
- 55, -44, 35.2, ...
- 10, 14, 19,6, ...

25. Realizar las siguientes integrales:

1. $\int x \ln x^2 dx =$

2. $\int 5 \operatorname{sen}(7 - 3x) dx$

3. $\int 2x(5x^2 + 6)^4 dx =$

4. $\int \frac{5x^2}{(1-x^3)} dx =$

5. $\int \left(\frac{3}{\sqrt[5]{x^2}} - \frac{2}{\sqrt[5]{x}} \right) dx$

6. $\int_0^1 (7-x) dx =$

7. $\int_0^1 2x^2(3x^3 + 1) dx =$

8. $\int_1^2 (1+x)^2 dx =$

9. $\int 2x \cdot \operatorname{sen}(x^2 - 4) dx =$

10. $\int e^{ax+b} dx$

26. Resolver los siguientes problemas de aplicación de la integral.

- Calcula el área entre -2 y 0 de la función $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$
- Obtener la integral de $-6 \rightarrow -4$ para la curva cuyo vértice se encuentra en $(-2, 2)$ y su directriz en $x = -2$.
- Encontrar la integral definida de la función $4y - 2x^3 - 7 = 3$ en el intervalo $(1, 4)$.
- Hallar el área limitada por la función $y = e^x$, y las rectas $x = 1$ y $x = 4$.
- Calcular la distancia recorrida, si la velocidad de un tren bala en un intervalo $[0, 11]$ está definida por:

$$V = t^3 \quad [0, 3]$$

$$V = t \quad [4, 11]$$