UNIVERSIDAD DE LONDRES PREPARATORIA	***UNIVERSIDAD DE LONDRES – PREPARATORIA*** **GUIA DE MATEMÁTICAS VI – Áreas I-II**
	Plan : 96 **Clave materia : 1600** **Clave UNAM : 1244**

Unidad I. Funciones

Objetivos

Que el alumno identifique distintos tipos de funciones, establezca sus características y sea capaz de trazar sus gráficas. Establecerá relaciones entre su entorno real y las abstracciones matemáticas.

1. Preguntas abiertas:

a) Dar la definición de dominio y rango de una función.
b) Explicar cada una de las siguientes funciones y dar tres ejemplos de cada una.
   - Inyectiva
   - Biyectiva
   - Suprayectiva
c) Escribir la clasificación de las funciones y escribir 2 ejemplos de cada una de ellas.

2. Determinar tres ejemplos para cada operación que se indica en cada inciso (a, b, c, d, e,…) a partir de los siguientes pares de funciones (puedes elegir la combinación de funciones a tu gusto):

1. $f(x)=x+2x$; $g(x)=x^2+3x-6$ 2. $f(x)=\sqrt{x+9}$; $g(x)=x^2$ 3. $f(x)=x^2-6$; $g(x)=x^2-3x$ 4. $f(x)=\dfrac{x^2+2}{2}$; $g(x)=2x$ 5. $f(x)=\dfrac{x-6}{x+3}$; $g(x)=x^3+9$ 6. $f(x)=\dfrac{-x}{x+5}$; $g(x)=x^2-3x$ 7. $f(x)=\sqrt{x^2-11}$; $g(x)=\sqrt{x^2+11}$	a) La gráfica correspondiente b) La clasificación de la función c) Su dominio y rango d) $f(x)+g(x)=$ e) $f(x)+f(x)=$ f) $g(x)+g(x)=$ g) $f(x)-g(x)=$ h) $g(x)-f(x)=$ i) $f(x)\cdot g(x)=$ j) $g(x)\circ f(x)=$ k) $f(x)\circ g(x)=$ l) $f(x)\circ f(x)=$ m) $g(x)\circ g(x)=$

3. Determinar la función inversa de las siguientes funciones y grafica ambas funciones:

a) $y=\dfrac{2x-9}{6x+3}$	b) $y=\dfrac{3+5x}{-7x-4}$	c) $-4x+3y=4x+9-2y$
d) $6x-4y+3=8x-6y$	e) $-9x+3y+6=8x+2y$	f) $y=\dfrac{-12x+6}{-8+3x}$
g) $y=\sqrt{4x+8}$	h) $y=\sqrt{-9x+12}$	i) $y=\sqrt{-7-2x}$

Unidad II. LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

Objetivo:
Que los alumnos comprendan el concepto de límite de una función, que lo calculen para que lo apliquen en ésta y en las siguientes unidades.

8. Determinar los siguientes límites, aplicando los teoremas correspondientes

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9x^2+1}}{6x} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}= \qquad lím_{x\to\infty}\frac{5x-\sqrt{2x+9x^2}}{3x^2-8x}$$

$$\lim_{x\to6}\frac{x^2-3x-18}{x-6}= \qquad \lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}= \qquad lím_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{3x^2-x}{x}= \qquad \lim_{t\to\infty}\frac{-4t-\sqrt{3t+16t^4}}{4t-2t^2} \qquad \lim_{t\to\infty}\frac{4t+5}{2t-3}=$$

$$\lim_{x\to0}\frac{6x^2-3x+1}{4x+2}= \qquad \lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}= \qquad \lim_{x\to1}\frac{5x^3-4x^2+2}{x+3}=$$

$$\lim_{t\to6}\frac{t^2-3t-18}{t-6}= \qquad \lim_{x\to\frac{3}{4}}\frac{x^2-9}{x+2}= \qquad \lim_{x\to-2}\frac{x^2+x-6}{x+2}=$$

$$\lim_{x\to1}\frac{x^2+4x-5}{x-1}= \qquad \lim_{x\to5}\frac{x^2-7x+10}{x-5}= \qquad \lim_{x\to-1}\frac{x^3+1}{x+1}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4+6x}{\sqrt{x^2-2x}-3x}= \qquad \lim_{x\to7}\frac{x^2-4x-21}{x-7}= \qquad \lim_{t\to3}\frac{t^2-5t+6}{t-3}=$$

$$lím_{x\to\infty}\frac{4x^3-6x^2+3x-7}{x^4+5x^3-x-9} \qquad lím_{x\to\infty}\frac{-6+8x}{x-\sqrt{9x^2-5x}} \qquad lím_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2-6x+5}+8x}{6x-\sqrt{x^2-7x}}$$

Unidad III. LA DERIVADA

Objetivo:
Que sea capaz de derivar una función y resolver los problemas planteados como una razón de cambio o derivada, relacionándolos con su entorno.

9. Derivar por los cuatro pasos.

a) $y = x^2 - 6x$ b) $y = x + 5$ c) $y = \dfrac{x+7}{x-5}$

10. Derivar aplicando las fórmulas correspondientes:

$y = 4x^5 - 3x^4 - 8x - 18$

$y = \ln 4x^2$

$y = \sqrt{3x^2 - 6x + 12}$

$y = \dfrac{sen\left(x^3\right)}{\cos(x)}$

$f(x) = e^{-5x}$

$f(x) = In\sqrt{\left(x^2 - 2\right)}$

$y = 4\tan(x)$

$y = \dfrac{\sqrt{2x^2 - 6x + 12}}{3x - 4}$

$y = \dfrac{Ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$

$y = \dfrac{\csc\sqrt{x^2 + x}}{x^2 - 2}$

$f(x) = \tan 4x$

$y = \dfrac{sen\left(x^2\right)}{x^2}$

$y = x^2\cos\left(2x^3\right)$

$y = \dfrac{Ln\sqrt{x^2 + 3}}{x^2}$

$y = \tan^2\left(3x^2\right)$

$y = Ln \cdot sen^2\sqrt{x^2 + 3}$

$y = \dfrac{Ln(x)}{x}$

$y = x^2 e^x$

$y = 7\cos(x) + \text{sen}(3x)$

$y = -5sen(x) - \cos(x)$

$y = 3sen(x) - 2\cos(x)$

$y = \left(x^2 + 5\right)^3 (5x + 7)^3$

$y = \sqrt[5]{x - 7}$

$y = -\dfrac{x+2}{\sqrt{x+2}}$

$y = \sqrt{5x + 10}$

$y = \sqrt[7]{\left(3x^2 - 9\right)^5}$

$f(x) = 5e^{-4x}$

$y = \sqrt{x^3 + 6x}$

$y = \dfrac{x^2 - 5x}{x - 2}$

$f(x) = e^{(3-6x)}$

$f(x) = (2 + 3x)^3 e^{5a}$

$f(x) = x^2 e^{4x}$

$f(x) = 6e^{(7+2x)}$

$f(x) = \ln\left(x^3 - 8\right)$

$f(x) = (x - 5)^2 e^{(-8x+3)}$

$f(x) = 2e^{(9-5x)}$

$f(x) = \ln\left(4 + 7x^2\right)$

$f(x) = x\ln\left(x^2 + 2\right)$

$y = \tan(4 - 3x)$

$f(x) = \ln\left[\left(5x^2 - 3\right)(3x + 4)\right]$

$f(x) = 4sen(3x)$

$f(x) = \left(6x^2 + 7\right)\ln\left(x^2 + 3x\right)$

$f(x) = -5sen(9x)$

$y = 6sen\left(8x^3 - 3\right)$

$y = \csc\left(5x^2 + 5x\right)$

$y = sen\left(6x^3 - 7\right)$

$y = sen\left(8x^2\right)$

$y = sen^2 3x$

11. Derivar las siguientes funciones implícitas.

$x^3 - 3y^2 = x - 5x^2 + 4y$	$-9x^2 - 3y = -4$	$4x^3 - 2xy^2 = 5x^2 - 2x^2y - y^2$
$6x^2 + y = -3$	$-2x^4 + 3y^2 = 3$	$3x^2 + y = -4$
$2x^3 - 6y^2 = 7x$	$6x^2 + 2y^3 = -8y$	$-6x^3 - 5y^3 = -8y + 4x^2$

12. Derivar sucesivamente las siguientes funciones (hasta la cuarta derivada)

f(x) = –3 sen x – 5 cos 4x	f(x) = 4 cos x – 8 sen x	f(x) = – 4sen x + cos 3x
f(x) = 5 cos 2x – 9 sen x	f(x) = –7 sen x – 2 cos 4x	f(x) = – 8 cos 5x – 9 sen x
f(x) = – 3 sen x + 7cos x	f(x) = – 9cos x + 6 sen x	f(x) = 5 sen x - cos x

13. Derivar y encontrar:

a) Puntos máximos y mínimos
b) Punto de inflexión
c) Gráfica de la función
d) Donde la función es creciente y decreciente

De las funciones:

$y = -5x^2 + 6$	$y = x^2 - 8x + 1$	$y = 3x^2 + 2$
$y = -x^2 + 8x - 2$	$y = x^2 + x + 5$	$y = -3x^2 - 12x$
$y = 4 - 3x^2$	$y = x^3 + x^2 - 5$	$y = x^2 + x + 5$
$y = x^3 - x$	$y = x^3 - 9x$	$y = -x^2 + 2x + 8$
$y = x^2 + 2x - 3$	$y = 3x - x^3$	$y = -4x + x^2 - 7$

Unidad IV. APLICACIONES DE LA DERIVADA

Objetivos

Que el alumno aplique la derivada para resolver problemas de la Geometría, la Física, la Química, la Biología y de otras disciplinas, para que construya su propio conocimiento y que éste sea significativo, infiriendo que la herramienta matemática es indispensable en el desarrollo de otras disciplinas.

14. Resolver los siguientes problemas de aplicación de la derivada.

a) La ley del movimiento rectilíneo de un cuerpo esta dada por $s = 2t^3 - 2t$ encontrar la velocidad y aceleración al cabo de 2 segundos.

b) Pepe quiere utilizar 100 metros de malla metálica para cercar un jardín rectangular. Determine el área máxima posible del jardín.

c) De cada esquina de una pieza cuadrada de una hoja de metal de 10 cm de lado, quite un pequeño cuadrado de x cm de lado y de la vuelta a los bordes, de manera que se forme una caja abierta, ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la caja para obtener el volumen máximo?

d) La viruela de cierta bacteria se mide en una escala de 0 a 50 y viene expresada por la función $V(t) = 40 + 15t - 9t^2 + t^3$ donde t es el tiempo (en horas) transcurrido desde que comenzó el estudio (t=0). Indicar los instantes de máxima y mínima virulencia en las 6 primeras horas y los intervalos en que crece y decrece.

15. Hallar las ecuaciones de las rectas tangente y la normal a las curvas siguientes en el punto indicado.

$y = x^2 - 6x + 9$	$x = 2$	$y = 2x^2 - 7x - 3$	x = 1
$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$	$x = -1$	$y = -3x^2 + 4x - 5$	x = -2
$y = 2x^3 - x^2 - 4x + 4$	$x = 2$	$y = 4x^2 - 4x + 1$	x = -1

Unidad V. LA INTEGRAL

Objetivo:
Que comprenda el concepto de integral y lo aplique correctamente en la solución de problemas tanto de Matemáticas como de otras disciplinas, así vinculará las Matemáticas con otras ciencias.

PREGUNTAS ABIERTAS

16. Hallar el:

- 63º término de la serie 3, 10, 17, . .
- 7º término de la serie 3, 2, 4/3 , . . .
- 9º término de la serie 3, -1, 1/3, . . .
- 13º término de la serie 3, -1, -5, …
- 15º término de la serie 3, -1, ¼, . . .

17. Determinar el valor de los datos a_6, a_{11} y a_{28} para las siguientes sucesiones:

- -17, -13, -9, …….
- 11, 10.4, 9.8, ……
- 1.2, 2.4, 4.8, …..
- -8, -2.8, -0.98, ….
- -1.11, -0.36, 0.39, ….
- 12, -9.6, 7.68, ……

18. El décimo quinto término de una progresión aritmética es 20 y la razón es 2/7. Hallar el valor del primer término y el vigésimo segundo término.

19. Hallar la razón de la progresión geométrica 31, ..., 243 que consta de 7 términos.

20. Hallar la suma de:

- Los 19 primeros términos de 31, 38, 45, . . .
- Los 7 primeros términos de –5, -13, -21, . . .
- Los 9 primeros términos de 4, -8, 16, . . .
- Los 8 primeros términos de 2, ¼, . . .
- Los 12 primeros términos de 9, -3. 1, …

21. Determinar el valor de a_1 para cada sucesión:

- ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , 3.8, 6.1, 8.4 , …..
- ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , 3645, -10935, 32805, ….
- ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , 5.5, 4.4, 3.3, …
- ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , 1.1943936, 1.43327232, 1.719926784,….
- ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , 39, 32, 25 , ……

22. Indicar el tipo de progresión (aritméticas, o geométricas) que es cada una de las siguientes sucesiones:

- 5, 11, 17, 23, …
- 6, 42, 294, 2058, …
- 4, 12, 36, 108, …
- 3, 6, 12, 24, …
- 7, 3.5, 1.75, 0.875, …
- 3, 12, 48, 192, …

23. Obtener la interpolación de dos y tres medios diferenciales para cada uno de los incisos:

a) 9 y 33	g) 8 y 24
b) 12 y 33	h) 7 y 27
c) 11 y 23	i) 3 y 31
d) 8 y 44	j) 6 y 34
e) 4 y 27	k) 4 y 24
f) 7 y 55	l) 9 y 25

24. Encontrar el valor de la serie: S_7, S_{13}, S_{20} para las siguientes sucesiones:

- -11, -14, -17, …
- 55, -44, 35.2, …
- 10, 14, 19,6, …
- 12, 14.5, 17, …
- 5, 4.35, 3.7, …
- 3, 3.3, 3.63, …

25. Realizar las siguientes integrales:

$\int x\ln x^2 dx =$

$\int_0^1 (7-x)dx =$

$\int x^3(x^2+3x-5)dx =$

$\int x^2 dx =$

$\int_0^1 2x^2(3x^3+1)dx =$

$\int xe^{x^2}dx =$

$\int \cos x^3(x^2dx) =$

$\int_1^2 (1+x)^2 dx =$

$\int (x+1)(x^2+2x-5)dx$

$\int 2x(5x^2+6)^4 dx =$

$\int 5x(-3x^2+6)^4 dx =$

$\int (2x+3)(x^2+3x)^{-3}dx =$

$\int 5sen(7-3x)dx$

$\int 2x\cdot sen(x^2-4)dx =$

$\int 4x^2\sqrt[3]{(1-x^3)}dx$

$\int \frac{5x^2}{(1-x^3)}dx =$

$\int senx(\cos^2 x)dx =$

$\int \frac{\cos x}{1+senx}dx =$

$\int (sen^4 x\cdot\cos x)dx =$

$\int x^2e^{2x}dx =$

$\int (sen^4 x\cdot\cos^2 x)dx =$

$\int \frac{8x^2}{4x^3-6}dx =$

$\int_1^2 \frac{-5x}{x^2+1}dx =$

$\int_2^4 \frac{dx}{(x^2+6x+9)} =$

$\int\left(\frac{3}{\sqrt[5]{x^2}}-\frac{2}{\sqrt[5]{x}}\right)dx$

$\int_0^1 t^2\left(t^3-4\right)^2 dx$

$\int e^{ax+b}dx$

Unidad VI. APLICACIONES DE LAS INTEGRALES

Objetivo:
Que el alumno sea capaz de resolver problemas de otras disciplinas, planteados en términos de una integral, de esta manera, demostrará que el conocimiento adquirido en las unidades anteriores ha sido significativo y que está preparado para cursos posteriores.

26. Resolver los siguientes problemas de aplicación de la integral.

- Calcula el área entre -2 y 0 de la función $f(x)=x^3+x^2-2x$
- Obtener la integral de -6 → -4 para la curva cuyo vértice se encuentra en $(-2,2)$ y su directriz en x = -2.
- Encontrar la integral definida de la función $4y-2x^3-7=3$ en el intervalo $(1,4)$.
- Hallar el área limitada por la función $y=e^x$, y las rectas x = 1 y x = 4.
- Calcular la distancia recorrida, si la velocidad de un tren bala en un intervalo [0,11] está definida por:
  V = t^3 [0, 3]

  V = t [4,11] .

- La velocidad de un automóvil (en pies por segundo) t segundos a partir del reposo está dada por la función: $f(\mathrm{t})=\frac{3}{4}\sqrt{t}\ \left(0\le t\le 20\right)$. Determinar la posición del automóvil s(t), en cualquier momento t. Asuma que s(0)=0
- Calcula el área comprendida entre la función $f(x)=3x^2+1$ y el eje X en el intervalo [0,1]
- Calcula el área comprendida entre la función $f(x)=-x^2+3$ y los ejes X y Y.
- Hallar el área limitada por la curva $y=2x^2-5x+3$, el eje X y el eje Y.
- Determinar el área del triángulo de vértices A(1,0); B(4,5); C(6,0).